Formelsammlung MATHEMATIK Oberstufe

Diese Formelsammlung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit und Richtigkeit. Sie wird bei Bedarf durch weitere Kapitel ergänzt.

1.Potenzen	
	$a, b \in \mathbf{R}^+ \quad r,s \in \mathbf{R} \quad k \in \mathbf{Z} \quad m,n \in \mathbf{N}^*$
	$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ $a^r : a^s = a^{r-s}$
	$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$
	$(a.b)^r = a^r \cdot b^r$ $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$
	$a^0 = 1$
	$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$
	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
	$a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}$
	$\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[n \cdot m]{a^{k \cdot m}}$ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$
	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
	$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
Faktorenzerlegungen	
	$a^2 - b^2 = (a-b).(a+b)$
	$a^3 - b^3 = (a-b).(a^2 + ab + b^2)$
	$a^3 + b^3 = (a+b).(a^2 - ab + b^2)$
	$a^n - b^n = (a-b).(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots b^{n-1})$
n gerade	$a^n - b^n = (a+b).(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - + \ldots - b^{n-1})$
n ungerade	$a^n + b^n = (a+b).(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - + \ldots + b^{n-1})$

2.Logarithmus	
	$a, b \in \mathbf{R}^+ \setminus \{1\},\ u, v \in \mathbf{R}^+, r \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{N}^*, x \in \mathbf{R}$
	$a^x = u \Leftrightarrow x = {}^a\log u$
	${}^a\log a = 1$ ${}^a\log \frac{1}{a} = -1$ ${}^a\log 1 = 0$
	${}^a\log(u \cdot v) = {}^a\log u + {}^a\log v$ ${}^a\log \frac{u}{v} = {}^a\log u - {}^a\log v$
	${}^a\log u^r = r \cdot {}^a\log u$ ${}^a\log \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} {}^a\log u$
	${}^{10}\log a = \lg a$ ${}^2\log a = \mathrm{ld}\ a$ ${}^e\log a = \ln a$
	$e = \lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2{,}71828...$ $\qquad a = e^{\ln a}$
Umrechnungen	${}^b\log u = \frac{1}{{}^a\log b} \cdot {}^a\log u = {}^b\log a \cdot {}^a\log u$

3.Quadratische Gleichungen	
	$x^2+px+q=0$ $x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$
	$ax^2+bx+c=0 \qquad a\neq 0$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
	$x_1+x_2=-p$ $x^2+px+q=(x-x_1)(x-x_2)$ $x_1\cdot x_2=q$ $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

4.Komplexe Zahlen	
	$z=a+b.i\in\mathbf{C}\Leftrightarrow a,b\in\mathbf{R}\ und\ i^2=-1$ $\sqrt{-a}=\mathrm{i}.\sqrt{\mathrm{a}}\ \ mit\ \ \mathrm{a}>0$
	$(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$
	$\lvert z\rvert=r=\sqrt{a^2+b^2}$ $\arg z=\varphi\in\left[O^\circ;360^\circ\right]$ $\tan\varphi=\frac{b}{a}$
	$a=r\cos\varphi$ $b=r\sin\varphi$
	$z=r\,(\cos\varphi+i\cdot\sin\varphi)=$ $=(r;\varphi)$
	$(r_1;\varphi_1)\cdot(r_2;\varphi_2)=(r_1\cdot r_2;\varphi_1+\varphi_2)$ $\frac{(r_1;\varphi_1)}{(r_2;\varphi_2)}=\left(\frac{r_1}{r_2};\varphi_1-\varphi_2\right)$
	$(r;\varphi)^n=(r^n;n\varphi)$ $\sqrt[n]{(r;\varphi)}=\left(\sqrt[n]{r}\ ;\ \frac{\varphi}{n}+\frac{360}{n}\cdot k\right)$ $k=0,\ldots,\mathrm{n}-1$
Formel von Moivre	$n\in\mathbf{N}:\ \ (\cos\varphi+i\cdot\sin\varphi)^n=\cos(n\varphi)+i\cdot\sin(n\varphi)$

5. Ebene Figuren	
	A...Flächeninhalt u...Umfang
Dreieck	$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$
Rechtwinkeliges Dreieck	$A = \frac{a \cdot b}{2}$
Satz des Pythagoras	$a^2 + b^2 = c^2$
Höhensatz	$h^2 = p \cdot q$
Kathetensatz	$a^2 = p \cdot c\,,\ b^2 = q \cdot c$
Gleichseitiges Dreieck	$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
Formel von Heron	$A = \sqrt{s.(s-a).(s-b).(s-c)} \quad \text{mit} \quad s = \frac{a+b+c}{2}$
Umkreisradius	$r = \frac{abc}{4A}$
Inkreisradius	$p = \frac{A}{s}$
Trapez	$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$
Deltoid	$A = \frac{e \cdot f}{2}$
Parallelogramm	$A = a.h_a = b \cdot h_b$
Rhombus (Raute)	$A = a \cdot h = \frac{e \cdot f}{2}$
Rechteck	$A = a \cdot b$
Quadrat	$A = a^2 \qquad d = a\sqrt{2}$
Kreis	$A = r^2\pi \qquad u = 2r\pi$
Kreissektor	$A = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{r^2\pi\alpha}{360}$
Kreisbogen	$b = \frac{2r\pi\alpha}{360} = \frac{r\pi\alpha}{180}$

6.Körper	
	G...Inhalt der Grundfläche M...Inhalt der Mantelfläche O...Inhalt der Oberfläche A...Flächeninhalt V...Volumen h...Höhe r...Radius
Prisma	$O = 2G + M$ $\quad V = G \cdot h$
Quader	$O = 2(ab + ac + bc)$ $\quad V = abc$
Würfel	$O = 6a^2$ $\quad$ Raumdiagoale: $d = a\sqrt{3}$ $\quad V = a^3$
Zylinder	$O = 2r^2\pi + 2r\pi h$ $\quad M = 2r\pi h$ $\quad V = r^2\pi h$
Pyramide	$O = G + M$ $\quad V = \frac{G \cdot h}{3}$
Pyramidenstumpf	$O = G_1 + G_2 + M$ $\quad V = \frac{h}{3}\left(G_1 + \sqrt{G_1 \cdot G_2} + G_2\right)$
Kegel	$O = r^2\pi + r\pi s$ $\quad M = r\pi s$ $\quad V = \frac{r^2\pi h}{3}$
Kegelstumpf	$O = r_1{}^2\pi + r_2{}^2\pi + (r_1 + r_2)\pi s$ $\quad M = (r_1 + r_2)\pi s$ $V = \frac{h\pi}{3}\left(r_1{}^2 + r_1 r_2 + r_2{}^2\right)$
Kugel	$O = 4r^2\pi$ $\quad V = \frac{4}{3}r^3\pi$
Kugelkalotte	$A = 2r\pi h$
Kugelzone	$A = 2r\pi h$
Kugelsektor	$O = 2r\pi h + \rho\pi r$ $\quad V = \frac{2r^2\pi h}{3}$
Kugelsegment	$O = 2r\pi .h + \rho^2\pi$ $\quad V = \frac{h^2\pi}{3}(3r - h)$
Kugelschichte	$O = 2r\pi .h + \rho_1{}^2 + \rho_2{}^2\pi$ $\quad V = \frac{h\pi}{6}\left(3\rho_1{}^2 + 3\rho_2{}^2 + h^2\right)$

+

7.Winkelfunktionen - Trigonometrie	
	$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
	$\cos\alpha = \frac{Ankathete}{Hypotenuse}$
	$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
	$\cot\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$
Trigonometrische Grundbeziehungen	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
	$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$

Werte spezieller Winkel	$\alpha =$	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
	$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
	$\cos\alpha$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	$\tan\alpha$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-
	$\cot\alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

Quadrantenregel	$\alpha \in$	Quadrant I	Quadrant II	Quadrant III	Quadrant IV
	$\sin\alpha$	+	+	-	-
	$\cos\alpha$	+	-	-	+
	$\tan\alpha$	+	-	+	-
	$\cot\alpha$	+	-	+	-

Reduktionsformeln	
	$\sin\alpha = \sin(180° - \alpha) = -\sin(180° + \alpha) = -\sin(360° - \alpha) = \sin(360° + \alpha)$
	$\cos\alpha = -\cos(180° - \alpha) = -\cos(180° + \alpha) = \cos(360° - \alpha) = \cos(360° + \alpha)$
	$\tan\alpha = -\tan(180° - \alpha) = \tan(180° + \alpha) = -\tan(360° - \alpha) = \tan(360° + \alpha)$
	$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ *ungeradeFunktion* $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha) = -\cos(90° + \alpha)$
	$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ *geradeFunktion* $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha) = \sin(90° + \alpha)$
	$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

Umrechnungen	$\sin\alpha = \qquad = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$ $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \qquad = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$ $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$
Summensätze	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha.\cos\beta \pm \cos\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha.\cos\beta \mp \sin\alpha.\sin\beta$
	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
	$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta}$
	$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$
	$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
	$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
	$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
	$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
Sinussatz	$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2\mathrm{R}$; $\mathrm{a : b : c} = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$
Kosinussatz	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$
Flächeninhalt des Dreiecks	$A = \frac{bc}{2}\sin\alpha = \frac{ac}{2}\sin\beta = \frac{ab}{2}\sin\gamma$
Umkreisradius	$2r = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$
Bogenmaß und Gradmaß	$1\,\mathrm{rad} = \frac{360°}{2\pi} = \frac{180°}{\pi}$ $1° = \frac{2\pi}{360}\mathrm{rad} = \frac{\pi}{180}\mathrm{rad}$

8. Vektoren	
$\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix};\vec{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$	$\mathbf{R}^2: \quad A\pm B=\vec{a}\pm\vec{b}=\begin{pmatrix}a_1\pm a_2\\a_2\pm b_2\end{pmatrix}$
$\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix};\vec{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$	$\mathbf{R}^3: \quad A\pm B=\vec{a}\pm\vec{b}=\begin{pmatrix}a_1\pm b_1\\a_2\pm b_2\\a_3\pm b_3\end{pmatrix}$
	$\mathrm{r}\cdot\mathrm{A}=\mathrm{r}\cdot\vec{\mathrm{a}}=\begin{pmatrix}\mathrm{r}\cdot\mathrm{a}_1\\\mathrm{r}\cdot\mathrm{a}_2\end{pmatrix}$ mit $\mathrm{r}\in\mathbf{R}$
	$\mathrm{r}\cdot\mathrm{A}=\mathrm{r}\cdot\vec{\mathrm{a}}=\begin{pmatrix}\mathrm{r}\cdot\mathrm{a}_1\\\mathrm{r}\cdot\mathrm{a}_2\\\mathrm{r}\cdot\mathrm{a}_3\end{pmatrix}$ mit $\mathrm{r}\in\mathbf{R}$
Skalares Produkt	$\mathbf{R}^2: \quad A\cdot B=\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1\cdot b_1+a_2\cdot b_2$
	$\mathbf{R}^3: \quad A\cdot B=\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1\cdot b_1+a_2\cdot b_2+a_3\cdot b_3$
	$\lvert A\rvert=\sqrt{A\cdot A}=\sqrt{A^2}$ $\mathbf{R}^2: \quad \lvert A\rvert=\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{a_1^{\,2}+a_2^{\,2}}$
	$\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{\vec{a}}\cdot\sqrt{\vec{a}}=\sqrt{\vec{a}^2}$ $\mathbf{R}^3: \quad \lvert A\rvert=\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{a_1^{\,2}+a_2^{\,2}+a_3^{\,2}}$
Einheitsvektoren zu $\vec{a}$	$\vec{\mathrm{a}}_0=\pm\frac{1}{\lvert\vec{\mathrm{a}}\rvert}\cdot\vec{\mathrm{a}}$
$\varphi=(\vec{\mathrm{a}},\vec{\mathrm{b}})\ldots$Winkelmaß von $\vec{\mathrm{a}}$ und $\vec{\mathrm{b}}$	$\vec{\mathrm{a}}\cdot\vec{\mathrm{b}}=\lvert\vec{\mathrm{a}}\rvert\cdot\lvert\vec{\mathrm{b}}\rvert\cdot\cos\varphi$
	$\vec{\mathrm{a}}\cdot\vec{\mathrm{b}}=0\Leftrightarrow\vec{\mathrm{a}}\perp\vec{\mathrm{b}}$
$\vec{\mathrm{b}}_{\mathrm{a}}\ldots$ Normalprojektion von $\vec{\mathrm{b}}$ auf $\vec{\mathrm{a}}$	$\lvert\vec{\mathrm{b}}_{\mathrm{a}}\rvert=\lvert\vec{\mathrm{b}}\rvert\cdot\lvert\cos\varphi\rvert=\lvert\vec{\mathrm{b}}\cdot\vec{\mathrm{a}}_0\rvert$
	$\lvert\vec{\mathrm{a}}\cdot\vec{\mathrm{b}}\rvert=\lvert\vec{\mathrm{a}}\rvert\cdot\lvert\vec{\mathrm{b}}_{\mathrm{a}}\rvert$
Vektorielles Produkt (Kreuzprodukt)	$\vec{\mathrm{a}}\times\vec{\mathrm{b}}=\begin{pmatrix}\mathrm{a}_2\cdot\mathrm{b}_3-\mathrm{a}_3\cdot\mathrm{b}_2\\\mathrm{a}_3\cdot\mathrm{b}_1-\mathrm{a}_1\cdot\mathrm{b}_3\\\mathrm{a}_1\cdot\mathrm{b}_2-\mathrm{a}_2\cdot\mathrm{b}_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}\mathrm{a}_2&\mathrm{b}_2\\\mathrm{a}_3&\mathrm{b}_3\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}\mathrm{a}_1&\mathrm{b}_1\\\mathrm{a}_3&\mathrm{b}_3\end{vmatrix}\\\begin{vmatrix}\mathrm{a}_1&\mathrm{b}_1\\\mathrm{a}_2&\mathrm{b}_2\end{vmatrix}\end{pmatrix};$ wobei $\begin{vmatrix}\mathrm{a}&\mathrm{b}\\\mathrm{c}&\mathrm{d}\end{vmatrix}=\mathrm{a}\cdot\mathrm{d}-\mathrm{b}\cdot\mathrm{c}$
	$\lvert\vec{\mathrm{a}}\times\vec{\mathrm{b}}\rvert=\lvert\vec{\mathrm{a}}\rvert\cdot\lvert\vec{\mathrm{b}}\rvert\cdot\lvert\sin\varphi\rvert$

9. Analytische Geometrie	
Darstellungsform	1) A,B,C...Koordinatenvektoren der Punkte A,B,C 2) $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$...Ortsvektoren der Punkt A, B, C g...Gerade $\vec{g}$...Richtungsvektor von g $\vec{n}$...Normalvektor von g $\vec{a}_0$...*Einheitsvektor zu* $\vec{a}$ X, A, B...*Koordinatenvektoren der Punkte* $X, A, B \in g$ $\vec{x}, \vec{x}_1, \vec{x}_2$...*Ortsvektoren der Punkte* $X, X_1, X_2 \in g$
Vektor $\vec{AB}$ mit Anfangspunkt A und Endpunkt B	$\vec{AB} = B - A = \vec{b} - \vec{a}$ $A + \vec{AB} = B$
Abstand $\overline{AB}$ der Punkte A, B	$\overline{AB} = \left\lvert \vec{AB} \right\rvert = \lvert B - A \rvert = \sqrt{(B-A)^2}$ $\overline{AB} = \left\lvert \vec{AB} \right\rvert = \lvert \vec{b} - \vec{a} \rvert = \sqrt{(\vec{b}-\vec{a})^2}$
Mittelpunkt M der Strecke AB	$M = \frac{1}{2} \cdot (A + B) = A + \frac{1}{2} \cdot \vec{AB}$ $\vec{m} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$
Schwerpunkt S des Dreiecks ABC	$S = \frac{1}{3} \cdot (A + B + C)$ *bzw.* $\vec{s} = \frac{1}{3} \cdot (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$
Vektorielle Flächenformel des Dreiecks	$A = \frac{1}{2} . \sqrt{\vec{a}^2 . \vec{b}^2 - (\vec{a} . \vec{b})^2}$
Teilungspunkt T der Strecke AB beim Teilungsverhältnis λ	$T = \frac{1}{1-\lambda} \cdot (A - \lambda \cdot B)$ wobei $\lambda \neq 1$
Winkelmaß	$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert \vec{a} \rvert \cdot \lvert \vec{b} \rvert}$
Volumen Parallelepiped	$V = \left\lvert (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \right\rvert$
Parameterdarstellung	$X = A + t \cdot \vec{g}$ (mit t$\in \mathbf{R}$); $\vec{x} = \vec{x}_1 + t \cdot \vec{g}$ (mit t$\in \mathbf{R}$) $X = A + t \cdot \vec{AB}$ (mit t$\in \mathbf{R}$); $\vec{x} = \vec{x}_1 + t \cdot (\vec{x}_2 - \vec{x}_1)$(mit t$\in \mathbf{R}$)
Gleichung einer Geraden in der Ebene	$\vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot A$ $\vec{n} \cdot \vec{x} = \vec{n} \cdot \vec{x}_1$
Hessesche Normalform (HNF)	$\frac{1}{\lvert \vec{n} \rvert} \cdot \vec{n} \cdot (X - A) = 0$ *Gleichung*: $a \cdot x + b \cdot y + c = 0 \Rightarrow$ HNF: $\frac{a \cdot x + b \cdot y + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 0$

10.Matrizen	
	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix}$
	$\lambda \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} \end{pmatrix} \qquad (\lambda \in \mathbf{R})$
	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$

11.Differential- und Integralrechnung Funktion und Ableitungsfunktion; Stammfunktion	
	$y = f(x) = k$ $y' = f'(x) = 0$ $F(x) = \int k\,dx = kx + C$
	$y = f(x) = x^q$ $y' = f'(x) = q \cdot x^{q-1}\;\; mit\, q \neq -1:$ $F(x) = \int x^q dx = \frac{x^{q+1}}{q+1} + C$
	$y = f(x) = x^q \quad mit\, q = -1,\, also\;\; f(x) = \frac{1}{x};$ $y' = f'(x) = q \cdot x^{q-1}$ $F(x) = \int \frac{1}{x} dx = In\lvert x\rvert + C$
	$y = f(x) = e^x$ $y' = f'(x) = e^x$ $F(x) = \int e^x dx = e^x + C$
	$y = f(x) = a^x$ $y' = f'(x) = a^x \cdot \ln\, a$ $F(x) = \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
	$y = f(x) = \ln x$ $y' = f'(x) = \frac{1}{x}$ $F(x) = \int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C$
	$y = f(x) = {}^a\log x$ $y' = f'(x) = \frac{1}{x} \cdot {}^a\log e = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}$ $F(x) = \int {}^a\log x dx = \frac{1}{\ln a} \cdot (x \cdot \ln x - x) + C$

	$y = f(x) = \sin x$ $y' = f'(x) = \cos x$ $F(x) = \int \sin x dx = -\cos x + C$
	$y = f(x) = \cos x$ $y' = f'(x) = -\sin x$ $F(x) = \int \cos x dx = \sin x + C$
	$y = f(x) = \tan x$ $y' = f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ $F(x) = \int \tan x dx = -\ln\|\cos x\| + C$
	$y = f(x) = \cot x$ $y' = f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $F(x) = \int \cot x dx = \ln\|\sin x\| + C$
Ableitungsregel	$(f \pm g)' = f' \pm g'$
Ableitungsregel	$(k \cdot f)' = k \cdot f' \qquad k \in \mathbf{R}$
Ableitungsregel	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f' \cdot g'$
Ableitungsregel	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
Kettenregel	$h(x) = g(f(x)) \Rightarrow h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$
Reziprokregel	$\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = \frac{-f'(x)}{f(x)^2}$
Integrationsregel	$\int (f \pm g) = \int f \pm \int g$
	$\int k \cdot f = k \cdot \int f \qquad (k \in \mathbf{R})$
Partielle Integration	$\int f \cdot g = F \cdot g - \int F \cdot g'$
Integration durch Substitution	$\int f(y) dy = \int f(g(x)) g'(x) dx$
	$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
Newtonsches Verfahren	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
	$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax} + C$

12. Zahlenfolgen	
Arithmetische Folge	rekursive Darstellung : $a_{n+1} = a_n + d$ explizite Darstellung : $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$
Arithmetische Folge	$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = \frac{n}{2} \cdot [2a_1 + (n-1) \cdot d] =$ $= (a_1 + a_n) . \frac{n}{2}$
Geometrische Folge	rekursive Darstellung : $b_{n+1} = b_n \cdot q$ explizite Darstellung : $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = c \cdot q^n$, wobei $c = \frac{b_1}{q}$ mit $q \neq 0$
Geometrische Folge	$s_n = b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ mit $q \neq 1$ speziell bei $b_1 = 1$: $s_n = 1 + q + q^2 + ... + q^{n-1} = \frac{q^n - 1}{q - 1} = \sum_{i=0}^{n-1} q^i$
Geometrische Folge	$\lim_{n \to \infty} s_n = \frac{b_1}{1 - q}$ mit $\lvert q \rvert < 1$
Zinsenberechnung K_0... Anfangskapital K_n... Kapital nach n Jahren bei ganzjähriger Kapitalisierung p... Zinsfuß	$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$